# Revisão de Cálculo – Segundo Questionário

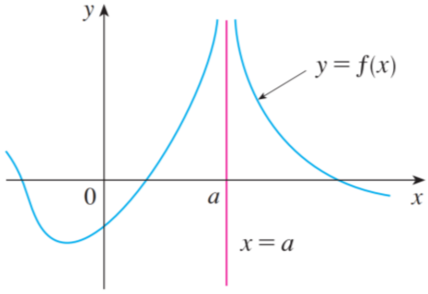
# STEWART, James, Cálculo, Volumes I e II, Editora Thomson.

# Limites Infinitos, Lei dos Limites e Derivada

Definição: Seja f uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente em a. Então:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

Isso significa que podemos fazer os valores de *f(x)* ficarem arbitrariamente grandes tomando *x* suficientemente próximo de a, mas não igual a ***a***.




A notação correta é que:

$$f(x) \to \infty \text{ quando } x \to a$$

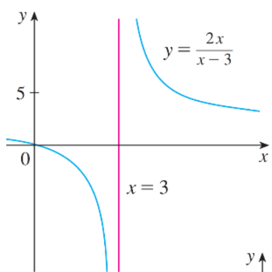
Definição: Seja f uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente em a. Então:

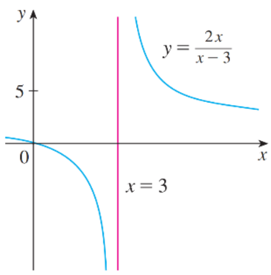
$$\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$$

Isso significa que os valores de *f(x)* podem ser arbitrariamente grandes, porém negativos, tomando *x* suficientemente próximo de a, mas não igual a *a*.

## Exercícios

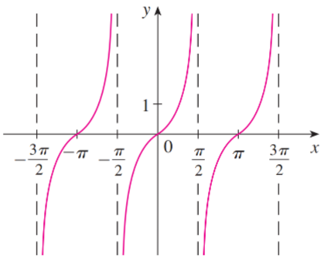
1) **STEWART, James, Cálculo, Volumes I, pág 100 à 107**
2) Encontre o valor do $\lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x-3}$



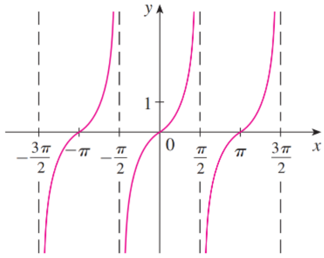




3) Encontre o valor do $\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{x-3}$

4) Encontre o valor do $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \tan x$




5) Encontre o valor do $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x$




**LIMIT LAWS** Suppose that $c$ is a constant and the limits

$$\lim_{x \to a} f(x) \quad \text{and} \quad \lim_{x \to a} g(x)$$

exist. Then

**1.** $\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$

**2.** $\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$

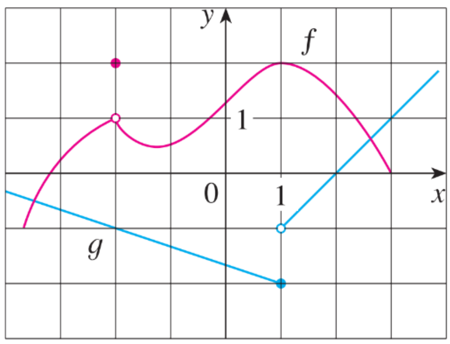
**3.** $\lim_{x \to a} [cf(x)] = c \lim_{x \to a} f(x)$

**4.** $\lim_{x \to a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

**5.** $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} \quad \text{if } \lim_{x \to a} g(x) \neq 0$

6) Usando o valor de f(x), g(x ), encontre o valro dos seguintes limites:

a) $\lim_{x \to -2} [f(x) + 5g(x)]$




b) $\lim_{x \to 1} [f(x)g(x)]$

7) Encontre o valor do $\lim_{x \to 5}(2x^2 - 3x + 4)$

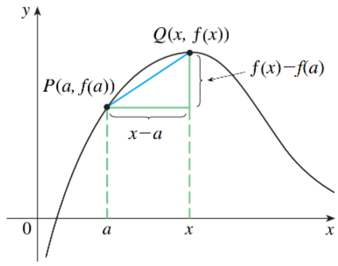
## Derivadas e Taxa de Mudança

Encontrar a reta tangente à uma curva ou a velocidade de um objeto envolvem determinar um tipo especial de limite, chamado de derivada, ou taxa de variação.

### A tangente

Se uma curva C tiver uma equação *y=f(x)* e quisermos encontrar a reta tangente a C em um ponto *P(a, f(a))*, consideramos um ponto próximo *Q(x, f(x))*, onde *x≠a*, e calculamos a inclinação da reta secante PQ:

$$m_{PQ} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$




Então fazemos *Q* aproximar-se de *P* ao longo da curva *C* ao obrigar *x* tender a *a*.
Se $m_{PQ}$ tender a um número *m*, então definimos a *tangente t* como a reta que passa por *P* e tem inclinação *m*.

**1 DEFINITION** The **tangent line** to the curve $y = f(x)$ at the point $P(a, f(a))$ is the line through $P$ with slope

$$m = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

provided that this limit exists.

Como vimos que o mesmo tipo de limite aparece ao encontrar a inclinação de uma reta tangente. De fato, os limites do tipo

$$m = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

surgem sempre que calculamos uma taxa de variação em qualquer ramo das ciências ou engenharia, tais como a taxa de uma reação química ou o custo marginal em economia. Uma vez que esse tipo de limite ocorre amplamente, ele recebe nome e notação especiais.

**4 DEFINITION** The **derivative of a function $f$ at a number $a$**, denoted by $f'(a)$, is

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

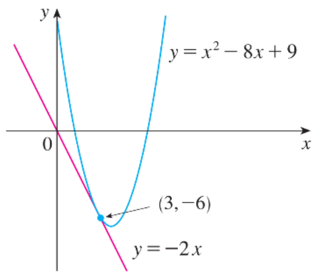
if this limit exists.

## Exercícios

**STEWART, James, Cálculo, Volumes I, pág 158 à 163**

8) Encontre a derivada da função $f(x) = x^2 - 8x + 9$ em relação à um número $a$ .

9) Encontre uma equação da reta tangente à parábola $y = x^2 - 8x + 9$ em relação ao ponto (3, -6).




10) A posição de uma partícula é dada pela equação do movimento $s = f(t) = 1/(1+t)$, onde t é medido em segundos e s, em metros. Encontre a velocidade após 2 segundos.