Revisão de Cálculo – Segundo Questionário - Soluções

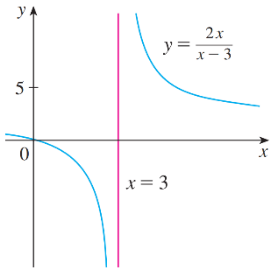
STEWART, James, Cálculo, Volumes I e II, Editora Thomson.

Limites Infinitos, Lei dos Limites e Derivada

Exercícios

1) STEWART, James, Cálculo, Volumes I, pág 100 à 107

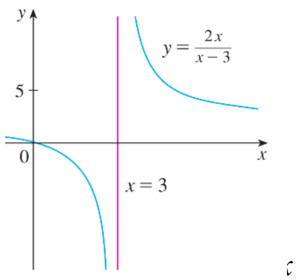
2) Encontre o valor do $\lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x-3}$



Se *x* for próximo de 3, mas maior que 3, o denominador é um pequeno número positivo e *2x* próximo de 6. Portanto, o quociente é um **grande número positivo**. Assim, intuitivamente, vemos que:

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x-3} = \infty$$

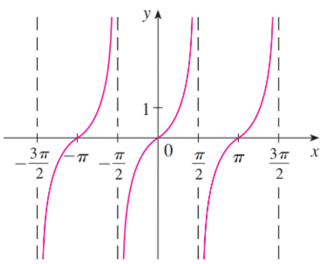
Encontre o valor do $\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{x-3}$



Se *x* for próximo de 3, mas menor que 3, o denominador é um pequen ainda é positivo e próximo de 6. Portanto, o quociente é um **grande número negativo**. Assim, intuitivamente, vemos que:

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{x-3} = -\infty$$

3) Encontre o valor do $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \tan x$



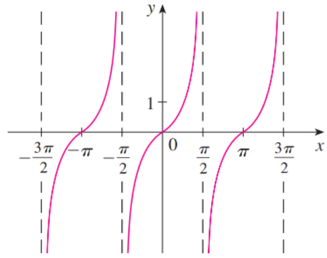
Nesse caso temos assintotas verticais.

$\tan x = \frac{sinx}{cosx}$ temos que analisar pelo cos.

Quando $x \to \frac{\pi}{2}^+$, o $\cos x \to 0^-$.

Da mesma forma temos que: $\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan x = -\infty$

4) Encontre o valor do $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan x$

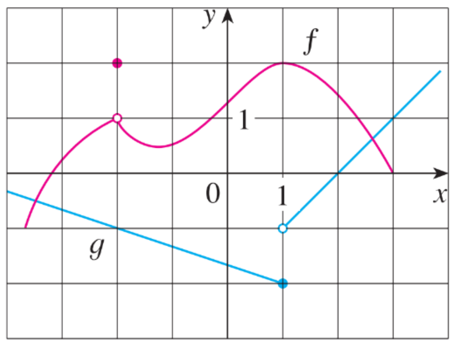


Quando $x \to \frac{\pi}{2}^-$, o $\cos x \to 0^+$.

Da mesma forma que no exercício anterior: $\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan x = \infty$

5) Usando o valor de f(x), g(x), encontre o valro dos seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to-2}[f(x) + 5g(x)]$



$\lim\limits_{x\to-2} f(x) = 1$ e $\lim\limits_{x\to-2} g(x) = -1$

Logo:

$$\lim_{x\to-2}[f(x) + 5g(x)] = \lim_{x\to-2}[f(x)] + \lim_{x\to-2}[5g(x)]$$

$$= \lim_{x\to-2}[f(x)] + 5\lim_{x\to-2}[g(x)]$$

$$= 1 + 5(-1) = -4$$

b) $\lim\limits_{x\to1}[f(x)g(x)]$

$\lim\limits_{x\to1} f(x) = 2$ e $\lim\limits_{x\to1} g(x) = -2$

Porém, $\lim\limits_{x\to1} g(x)$ depende da lateral que se analisa:

$$\lim_{x\to1^-} g(x) = -2 \text{ e } \lim_{x\to1^+} g(x) = -1$$

Logo: $\lim\limits_{x\to1}[f(x)g(x)]$ não existe.

6) Encontre o valor do $\lim\limits_{x\to5}(2x^2 - 3x + 4)$

$$\lim_{x\to5}(2x^2) - \lim_{x\to5}(3x) + \lim_{x\to5}(4) = 2\lim_{x\to5}(x^2) - 3\lim_{x\to5}(x) + 4 = 50 - 15 + 4 = 39$$

Derivadas e Taxa de Mudança

Exercícios

STEWART, James, Cálculo, Volumes I, pág 158 à 163

7) Encontre a derivada da função $f(x) = x^2 - 8x + 9$ em relação à um número a .

Pela definição de derivada temos que:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Logo:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{[(a+h)^2 - 8(a+h) + 9] - [(a)^2 - 8(a) + 9]}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - 8a - 8h + 9 - a^2 + 8a - 9}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{2ah + h^2 - 8h}{h} = \lim_{h \to 0} 2a + h - 8 = 2a - 8$$

$$f'(a) = 2a - 8$$

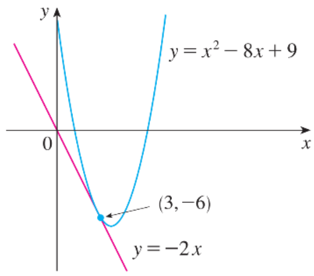
8) Encontre uma equação da reta tangente à parábola $y = x^2 - 8x + 9$ em relação ao ponto (3, -6).

Quando $x=3$

$$f'(3) = 2 \cdot 3 - 8 = -2$$

A equação da reta tangente será:

$$y = -2x$$



9) A posição de uma partícula é dada pela equação do movimento $s = f(t) = 1/(1+t)$, onde t é medido em segundos e s, em metros. Encontre a velocidade após 2 segundos.

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{1+(2+h)} - \frac{1}{1+2}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{3+h} - \frac{1}{3}}{h}$$

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{3-(3+h)}{3(3+h)}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{-h}{3(3+h)h} = \lim_{h \to 0} \frac{-1}{3(3+h)} = -\frac{1}{9} m/s$$