

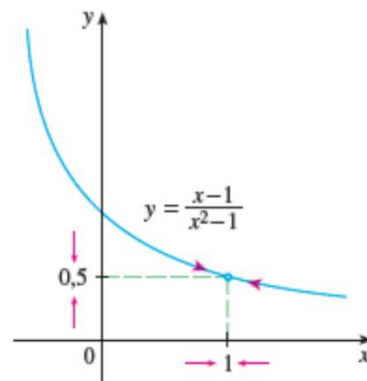
Revisão de Cálculo - Primeiro Questionário - Soluções
STEWART, James, Cálculo, Volumes I e II, Editora Thomson.
Limites, Exponenciais e Logaritmos

Exercícios

STEWART, James, Cálculo, Volumes I, pág 93, 94, 95 e 96

1) Encontre o valor do $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$

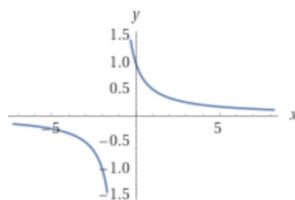
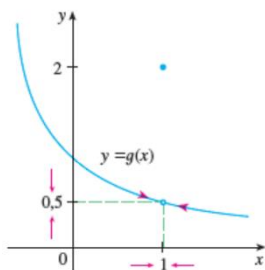
$x < 1$	$\frac{x-1}{x^2-1}$	$x > 1$	$\frac{x-1}{x^2-1}$
0,5	0,6666667	1,5	0,6666667
0,9	0,526316	1,1	0,526316
0,99	0,502513	1,01	0,502513
0,999	0,500250	1,001	0,500250
0,9999	0,500025	1,0001	0,500025



Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = 0,5$$

2) Encontre o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ quando $g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \end{cases}$



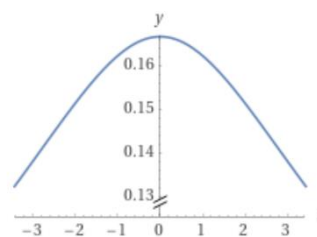
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = 0,5$$

Mesmo alterando o valor da função quando $g(x)=2$, o limite permanece valendo 0,5

3) Encontre o valor do $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$

Quando $t=0$, $\frac{\sqrt{0^2+9}-3}{0^2} = \frac{0}{0}$ ou seja, o limite não é definido no ponto.

t	$\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	T	$\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$
-2	0,15139	2	0,15139
-1	0,16228	1	0,16228
-0,5	0,16553	0,5	0,16553
-0,1	0,16662	0,1	0,16662
-0,05	0,16666	0,05	0,16666



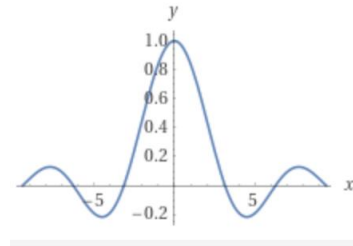
Logo:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2} = 0,16\bar{6}$$

4) Encontre o valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

Quando $x=0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{0}{0}$ ou seja, o limite não é definido no ponto.

x	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$	x	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
1	0,841470	-1	0,841470
0,5	0,958851	-0,5	0,958851
0,3	0,985067	-0,3	0,985067
0,1	0,998334	-0,1	0,998334
0,05	0,999583	-0,05	0,999583



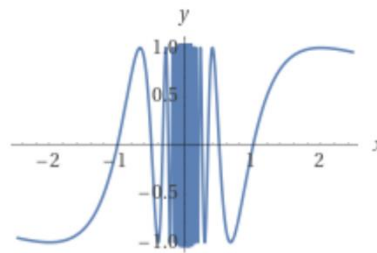
Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

5) Encontre o valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x}$

Quando $x=0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x} = \frac{\pi}{0}$ ou seja, o limite não é definido no ponto

x	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x}$	x	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
1	0	-1	0
0,5	0	-0,5	0
1/3	0	-1/3	0
1/5	0	-1/5	0
1/10	0	-1/10	0



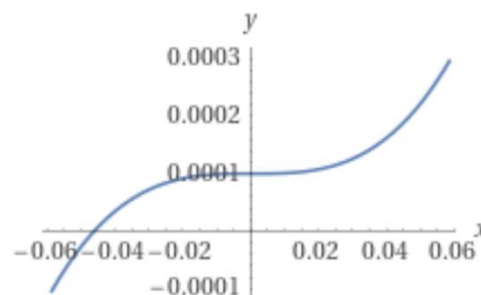
Nessa caso a Tabela e o Gráfico não apontam para o mesmo resultado, a Tabela está correta, mas o Limite não é zero, como podemos ver no Gráfico. Quanto mais próximo chegarmos de zero, o valor oscilará em -1 e +1, apontando à dois resultados para o Limite. Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x} \text{ não existe.}$$

6) Encontre o valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x^3 + \frac{\cos 5x}{10.000} \right)$

Quando $x=0$, $\left(x^3 + \frac{\cos 5x}{10.000} \right) = 0,00009998$

x	$x^3 + \frac{\cos 5x}{10.000}$	x	$x^3 + \frac{\cos 5x}{10.000}$
1	1,000028	-1	-0,9999000
0,5	0,124920	-0,5	-0,1249000
0,1	0,001088	-0,1	-0,0009000
0,05	0,000101	-0,05	-0,0000250
0,005	0,00010009	-0,05	0,0000998



0,001	0,0001000	-0,05	0,0001000
-------	-----------	-------	-----------

Quanto mais próximo chegarmos de zero, o valor tende à 0,001. Logo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(x^3 + \frac{\cos 5x}{10.000} \right) = 0,001$$

Relembrando a Lei dos Expoentes:

LAWS OF EXPONENTS If a and b are positive numbers and x and y are any real numbers, then

$$1. a^{x+y} = a^x a^y \quad 2. a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \quad 3. (a^x)^y = a^{xy} \quad 4. (ab)^x = a^x b^x$$

Relembrando a Lei dos logaritmos:

LAWS OF LOGARITHMS If x and y are positive numbers, then

$$1. \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$2. \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$3. \log_a(x^r) = r \log_a x \quad (\text{where } r \text{ is any real number})$$

Onde:

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{for every } x \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad \text{for every } x > 0$$

$$\ln(e^x) = x \quad x \in \mathbb{R}$$

$$e^{\ln x} = x \quad x > 0$$

10 CHANGE OF BASE FORMULA For any positive number a ($a \neq 1$), we have

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

7) Encontre o valor do $\log_2 80 - \log_2 5$

$$\log_2 80 - \log_2 5 = \log_2 \frac{80}{5} = \log_2 16 = 4$$

8) Encontre o valor de x , em $e^{5-3x} = 10$

$$e^{5-3x} = 10 \rightarrow \ln(e^{5-3x}) = \ln 10 \rightarrow 5 - 3x = \ln 10$$

$$x = \frac{1}{3}(5 - \ln 10)$$

9) Expresse a $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$, em apenas uma expressão:

$$\ln a + \frac{1}{2} \ln b = \ln a + \ln b^{\frac{1}{2}} = \ln a + \ln \sqrt{b} = \ln(a\sqrt{b})$$

10) Encontre o valor de $\log_8 5$, em até seis casas decimais:

$$\log_8 5 = \frac{\ln 5}{\ln 8} = 0,773976$$